

الصفحة 1 11 ١١	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 - المسالك الدولية		الجمهورية المغربية ROYAUME DU MAROC  وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة ROYAUME DU MAROC ROYAUME DU MAROC المركز الوطني للامتحانات المدرسية وتقييم التعلّيمات
NS 24F	الموضوع		
4س	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	الشعبة والمسلك

CONSIGNES :

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte quatre exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.
- L'EXERCICE1 se rapporte à l'analyse(10 pts)
- L'EXERCICE2 se rapporte aux nombres complexes.....(3.5 pts)
- L'EXERCICE3 se rapporte à l'arithmétique et aux probabilités...(3 pts)
- L'EXERCICE4 se rapporte aux structures algébriques.....(3.5 pts)

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 - المسالك الدولية	NS 24F
11 / 2 μ	مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

EXERCICE1 : (10 points)

Partie I:

0.25 pt	1- a) Montrer que: $\forall x \in \mathbb{R}, 1 + x \leq e^x$	
---------	---	---

0.25 pt	1- b) En déduire que : $\forall x \in [0, +\infty[, \frac{x^2}{2} + 1 + x \leq e^x$	
---------	--	---

2- Pour tout $x \in [0, +\infty[,$ on pose $I(x) = \int_0^x te^{-t} dt$

0.25 pt	2- a) Montrer que : $\forall x \in [0, +\infty[, I(x) \leq \frac{x^2}{2}$	
---------	--	---

0.5 pt	2- b) Montrer que : $\forall x \in [0, +\infty[, I(x) = -xe^{-x} - e^{-x} + 1$	
--------	---	---

3- Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{e^x - x - 1}{x^2}$$

0.5 pt	3-a) En utilisant les résultats des questions 1- b) et 2- b) de la partie I, montrer que : $\forall x \in]0, +\infty[, \frac{1}{2} \leq g(x) \leq \frac{e^x}{2}$	
--------	--	---

0.25 pt	3- b) En déduire que : $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \frac{1}{2}$	
---------	--	---

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 - المسالك الدولية	NS 24F
11 / 3	مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

Partie II :

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$\forall x \in]0, +\infty[; f(x) = \frac{x}{e^x - e^{-x}} \text{ et } f(0) = \frac{1}{2}$$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

0.5 pt	1- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.	
--------	--	---

0.25 pt	2- Montrer que f est continue à droite en 0	
---------	---	---

0.25 pt	3- a) Montrer que: $\forall x \in]0, +\infty[, \frac{f(x) - f(0)}{x} = -e^{-x} f(x) \left(\frac{e^{2x} - 2xe^x - 1}{2x^2} \right)$	
---------	---	---

0.25 pt	3- b) Montrer que: $\forall x \in]0, +\infty[, \frac{e^{2x} - 2xe^x - 1}{2x^2} = 2g(2x) - \frac{e^x - 1}{x}$	
---------	--	---

0.25 pt	3- c) En déduire que f est dérivable à droite en 0 et que $f'_d(0) = 0$	
---------	---	---

4- Pour tout $x \in [0, +\infty[$, on pose $J(x) = \int_0^x te^t dt$

0.5 pt	4- a) Montrer que pour tout $x \in [0, +\infty[$, $0 \leq I(x) \leq J(x)$	
--------	--	---

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 - المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	NS 24F
11 / 4 μ		

0.25 pt	4- b) Montrer que pour tout $x \in [0, +\infty[$, $J(x) = (x-1)e^x + 1$	
0.5 pt	4- c) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, on a : $f'(x) = \frac{I(x) - J(x)}{(e^x - e^{-x})^2}$	
0.25 pt	4- d) En déduire le sens de variation de la fonction f sur $[0, +\infty[$	
0.25 pt	5- Montrer que la fonction f réalise une bijection de $[0, +\infty[$ vers un intervalle à déterminer. On note f^{-1} la bijection réciproque de la fonction f	
0.5 pt	6- a) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution α à déterminer dans $[0, +\infty[$	
0.5 pt	6-b) Représenter graphiquement la courbe (C) et la courbe (C') de la fonction f^{-1} dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (On prendra $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 2\text{ cm}$). (On admet que le point $P(x_0, f(x_0))$ est un point d'inflexion pour la courbe (C) avec $x_0 \simeq 1,6$ et $f(x_0) \simeq 0,3$)	

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 - المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	NS 24F
11 / 5 μ		

7- On considère la suite numérique $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par : $u_0 = 0$ et $(\forall n \in \mathbb{N}), u_{n+1} = f(u_n)$

0.25 pt	7-a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}), 0 \leq u_n \leq \frac{1}{2}$	
0.5 pt	7-b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}), u_{n+1} - \alpha \leq \frac{1}{2} u_n - \alpha $ (On admet que $\forall x \in]0, +\infty[, -\frac{1}{2} < f'(x) < 0$)	
0.5 pt	7- c) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}), u_n - \alpha \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$	
0.25 pt	7- d) En déduire que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers α	

Partie III :

On considère la fonction F définie sur $[0, +\infty[$ par : $F(x) = \int_x^{2x} f(t) dt$.

0.5 pt	1- a) Montrer que : $\forall x \in [0, +\infty[, 0 \leq F(x) \leq x f(x)$	
0.25 pt	1- b) En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$	

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 - المسالك الدولية	NS 24F
11 / 6 ١١	مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

0.25 pt	1-c) Interpréter graphiquement le résultat obtenu.	
0.25 pt	2- a) Montrer que F est dérivable sur $[0, +\infty[$	
0.5 pt	2- b) Montrer que : $\forall x \in [0, +\infty[, F'(x) = \frac{-f(x)}{e^{2x} + 1} (e^{2x} - 4e^x + 1)$	
0.5 pt	2- c) Montrer que $F(\ln(2 + \sqrt{3}))$ est un extremum de la fonction F sur $[0, +\infty[$	

EXERCICE2: (3.5 points)

Soit le nombre complexe $m = \sqrt{2}e^{i\theta}$ où $\theta \in \mathbb{R} - \{k\pi/k \in \mathbb{Z}\}$

Partie I:

On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E_m) d'inconnue z

$$(E_m) : \overline{m} z^2 - 2z + m = 0$$

0.25 pt	1- Étant donné que le nombre complexe $z_1 = \frac{m(1-i)}{2}$ est une solution de l'équation (E_m) , déduire que sa deuxième solution est : $z_2 = \frac{m(1+i)}{2}$	
0.25 pt	2- Écrire z_1 sous forme exponentielle.	

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026	NS 24F
11 / 7 μ	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

Partie II:

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points

A, B, M, M_1 et M_2 d'affixes respectives $a = 1, b = -1, m, z_1$ et z_2

Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$

0.25 pt	1- Montrer que : $R(M_1) = M_2$	
0.5 pt	2-a) Montrer que $(MM_1) \perp (OM_1)$ et $(MM_2) \perp (OM_2)$	
0.25 pt	2-b) Vérifier que : $OM_1 = OM_2 = 1$	
0.25 pt	2- c) Déterminer la nature du quadrilatère OM_1MM_2	

3- Soit H le point d'affixe $h = \frac{-i}{\sqrt{2} \sin(\theta)} e^{i(2\theta)}$

Pour tout nombre complexe z , on désigne par $\text{Re}(z)$ la partie réelle de z

0.5 pt	3-a) Montrer que $\text{Re}(m - h) = 0$ et que $\text{Re}(1 - h \overline{m}) = 0$	
0.25 pt	3- b) Montrer que : $\text{Re} \left(\frac{a - h}{m + 1} \right) = 0$	

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 - المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	NS 24F
11 / 8 μ		

0.5 pt	3- c) En déduire que $(MH) \perp (AB)$ et que $(AH) \perp (MB)$	
--------	---	---

0.25 pt	4-a) Montrer que : $\frac{h - z_1}{z_2 - z_1} = \frac{1}{2}(1 - \cotan(\theta))$	
---------	--	---

0.25 pt	4-b) En déduire que les points H , M_1 et M_2 sont alignés.	
---------	---	---

EXERCICE3 : (3 points)

Partie I :

A. On considère dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation suivante (F) : $5u - 9v = 1$

0.25 pt	1- Donner une solution particulière (u_0, v_0) dans $\mathbb{N}^2$ de (F)	
---------	---	---

0.25 pt	2- Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation (F)	
---------	--	---

0.25 pt	3- Vérifier que : $5^{u_0} \equiv 6 [19]$	
---------	---	---

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026	NS 24F
11 / 9 μ	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

B. On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation suivante $(E) : x^{2026} \equiv 5 [19]$

1- Soit x une solution de l'équation (E)

0.5 pt	1- a) Montrer que x et 19 sont premiers entre eux et que $x^{18} \equiv 1 [19]$	
0.25 pt	1- b) Montrer que : $x^{10} \equiv 5 [19]$	
0.25 pt	1- c) En déduire que : $x^2 \equiv 6 [19]$ (On pourra utiliser les résultats de la partie A)	
0.25 pt	1- d) Montrer que $x \equiv 5 [19]$ ou $x \equiv -5 [19]$	
0.5 pt	2- Montrer que si $x \equiv 5 [19]$ ou $x \equiv -5 [19]$ alors x est solution de l'équation (E)	

Partie II :

On considère une urne contenant 100 boules numérotées de 1 à 100 indiscernables au toucher.

On tire une boule au hasard de cette urne.

On considère l'événement V : « Le numéro de la boule tirée est solution de l'équation (E) »

0.25 pt	1- Montrer que la probabilité de l'événement V est $p = 0,11$	
---------	---	---

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026	NS 24F
11 / 10 μ	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

0.25 pt	2- Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On effectue n tirages successifs avec remise de la boule dans l'urne. Déterminer la valeur minimale de n pour que la probabilité de "réalisation de l'événement V au moins une fois", soit strictement supérieure à 0,95	
---------	--	---

EXERCICE4 : (3.5 points)

On rappelle que $(M_3(\mathbb{R}), +, \times)$ est un anneau unitaire et non commutatif de zéro la matrice

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et d'unité la matrice } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{On considère l'ensemble : } E = \left\{ M(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x^2 & 1-x & x \\ x^2+2x & -x & x+1 \end{pmatrix} / x \in \mathbb{R} \right\}$$

0.5 pt	1- Montrer que $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 ; M(x) \times M(y) = M(x+y)$	
--------	--	---

2- On considère l'application φ définie de $\mathbb{R}$ vers $M_3(\mathbb{R})$ par : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; \varphi(x) = M(x)$

0.5 pt	2- a) Montrer que φ est un homomorphisme de $(\mathbb{R}, +)$ vers $(M_3(\mathbb{R}), \times)$ et que $\varphi(\mathbb{R}) = E$	
--------	---	---

0.25 pt	2- b) En déduire que $(E, \times)$ est un groupe commutatif.	
---------	--	---

3- On munit E de la loi de composition interne T définie par :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 ; M(x) T M(y) = M(2xy).$$

0.75 pt	3- a) Montrer que $(E - \{I\}, T)$ est un groupe commutatif.	
---------	--	---

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 - المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	NS 24F
11 / 11 μ		

0.5 pt	3- b) Montrer que $(E, \times, T)$ est un corps commutatif.	
--------	---	---

4- Soit $x \in \mathbb{R}$. On pose : $(M(x))^n = \underbrace{M(x) \times \dots \times M(x)}_{n \text{ fois}}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$

0.5 pt	4- a) Montrer que: $(\forall n \in \mathbb{N}^*) , (M(x))^n = M(nx)$	
--------	--	---

0.5 pt	4- b) Résoudre dans E l'équation : $X^3 - X^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.	
--------	--	--

FIN